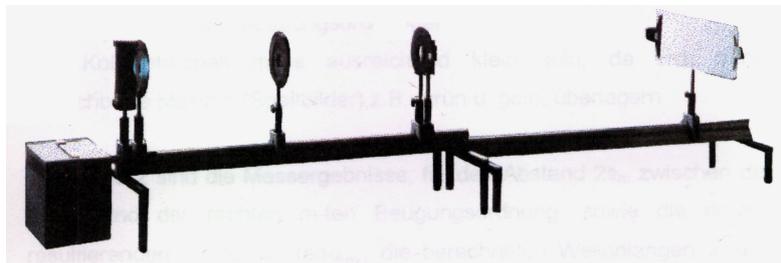


Beugung an Spalt und Gitter, Auflösungsvermögen des Mikroskops



In diesem Versuch werden Sie zunächst Beugungs- und Interferenzerscheinungen kennenlernen. Darauf aufbauend wird Ihnen vermittelt, wie Sie damit Wellenlängen messen können und am Ende werden Sie einsehen, dass ein optisches Mikroskop nicht beliebig vergrößern kann.

1 Vorbereitung

1.1 Realitätsbezug

In diesem Experiment werden Sie eine einfache Methode kennenlernen, mit der Sie das Spektrum verschiedener Lichtquellen analysieren können. Darauf aufbauend lässt sich beispielsweise weißes Licht mit monochromatischem Laserlicht vergleichen und das Farbenspiel von Öltröpfchen und dem Regenbogen erklären.

In der heutigen Zeit, in der immer kleiner werdende Digitalkameras auch in Handys eingebaut und deren Bilder in immer größeren Auflösungen aufgenommen werden können, mag bei Ihren Schülern der Irrglaube entstehen, dieser Fortschritt könne ewig so weitergehen. Dabei haben Sie vielleicht bereits schon bemerkt, dass Fotos, die Sie mit der gleichen Auflösung mit einer Digitalkamera und mit einer Handykamera aufgenommen haben, einen deutlichen Qualitätsunterschied aufweisen. Dieser Unterschied beruht nicht allein auf der unterschiedlichen Verarbeitungsqualität, sondern auch auf der Objektivegröße, die allen Kameras, die mit Linsen funktionieren, eine natürliche (physikalische) Qualitätsgrenze vorgibt.

1.2 Realität und Modelle

Eine Landschaft kann detailreich auf einer Landkarte abgebildet werden. Auf dieser Karte können Sie beispielsweise grundlegende Eigenschaften der Landschaft, wie in etwa Höhen, Entfernungen und im Extremfall auch Farben ablesen, weshalb sie sich als ein ideales Hilfsmittel für eine Wanderung erweist. Dennoch würden Sie niemals sagen: „Eine Landschaft ist eine Landkarte“. Beispielsweise ist eine Wanderkarte für andere Zwecke, wie z.B. Bevölkerungsdichte, gesprochene Sprachen und Wanderungsbewegungen völlig ungeeignet. Besser ist also die Formulierung: „Eine Landkarte ist ein Modell einer Landschaft“.

Licht ist zunächst einmal das, was Sie mit den Augen wahrnehmen können. Das beschreibt eine Einschränkung: Sie können Licht zwar wahrnehmen, aber wissen nicht, was es wirklich ist. Falls Sie Nebel in die Umgebung eines eingeschalteten Lasers blasen, so sehen Sie, dass Licht ein Strahl sein könnte. Solange Licht nur mit Spiegeln abgelenkt wird, ist diese Vorstellung – dieses *Modell* – auch völlig ausreichend. Betrachten Sie allerdings das Licht einer Glühlampe mit einer CD, so bemerken Sie, dass Licht meist mehrere Farben enthält. Nach tiefgreifender Recherche können Sie diese Farbaufspaltung erklären, falls Sie annehmen, dass sich Licht wie eine Welle verhält. Sobald Sie jedoch über den Photoeffekt nachdenken, so müssen Sie zugeben, dass Licht keine Welle sein kann, sondern sich wie ein Teilchen verhält.

Eines steht fest: In manchen Situationen verhält sich Licht wie ein Strahl, manchmal wie eine Welle und manchmal wie ein Teilchen. Dabei handelt es sich um drei grundlegend unterschiedliche Modelle von Licht, die je nach Experiment das Ergebnis exakt vorhersagen können. Und je nach Modell lesen und schreiben Sie dann von einem „roten Strahl“, einer „langwelligen elektromagnetischen Strahlung“, oder von einem „niederenergetischen Photon“. Dabei ist Licht etwas völlig anderes und Sie benutzen nur eine Beschreibung, die sich gerade als passend erweist.

Um die hier beschriebenen Versuche zu erklären, genügt es nicht, das Licht allein als eine Welle oder allein als einen Strahl zu betrachten. Lassen Sie sich von den wechselnden Begriffen „Strahl“ und „Welle“ nicht verwirren und bedenken Sie, dass es sich hierbei stets um Modelle handelt, die wie eine Landkarte die Realität zwar sehr gut wiedergeben können, aber dennoch keine Aussage darüber treffen, was Licht wirklich ist.

1.3 Eigenrecherche

In diesem Versuch geht es hauptsächlich um die Wellennatur des Lichtes. Informieren Sie sich als erste Annäherung an das Thema intensiv über Beugung bzw. Interferenz von (Licht-) Wellen und klären Sie in diesem Zusammenhang den Begriff der Kohärenz¹.

Eine Möglichkeit der Berechnung dieser Phänomene ist das sog. Huygenssche Prinzip. Beschreiben Sie bitte den Grundgedanken dieses Prinzips mit wenigen Worten² und was daraus für die Intensitätsverteilung am Spalt³ und Gitter⁴ folgt.

¹[Tip94], S. 1109-1132 und [Mes04], S. 517-524 und S. 530

²[Tip94], S. 1127 ff. und [Mes04], S. 172 ff.

³[Tip94], S. 1125 und [Mes04], S. 523

⁴[Tip94], S. 1130 und 1135 ff. sowie [Mes04], S. 522

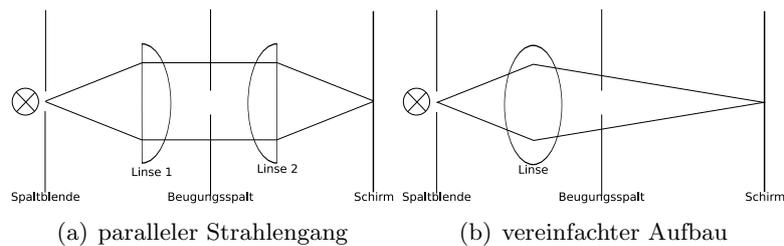


Abbildung 1: Strahlengang zur Beobachtung der Beugung am Spalt

Um Beugung bzw. Interferenz zu betrachten, arbeiten wir u.a. mit einem Gitterspektralapparat. Informieren Sie sich bitte, worum es sich dabei handelt und wie er funktioniert⁵. Weiterhin werden Sie ein Mikroskop bauen. Dafür müssen Sie als Grundlage das Funktionsprinzip eines Mikroskops kennen⁶.

1.4 Beobachtung der Beugung am Spalt und am Gitter

Trifft eine Welle auf einen Spalt oder ein Gitter, dann beobachtet man dahinter Beugungs- und Interferenzerscheinungen. Experimentell lassen sich solche Beugungserscheinungen mit der in Abbildung 1(a) dargestellten Anordnung untersuchen: Die Spaltblende vor der Lampe wird mit zwei Linsen auf einen Schirm abgebildet. Wird nun zwischen die beiden Linsen (Parallellicht) ein Spalt oder Gitter gestellt, so erscheint auf dem Schirm kein scharfes Bild der Spaltblende mehr, sondern man beobachtet über die scharfen Grenzen der geometrischen Abbildung hinaus Intensitätsminima und -maxima.

Um den Aufbau zu erleichtern, kann die Anordnung auf Abbildung 1(a) durch die in Abbildung 1(b) ersetzt werden. Dabei ist der Strahlengang nicht mehr parallel, was zwar nicht optimal ist, aber das Ergebnis in diesem Fall nicht erheblich ändert. Um eine gute Näherung zu erzielen, muss die Bildweite allerdings hinreichend groß gewählt werden.

1.5 Messen von Wellenlängen

Um Wellenlängen messen zu können, sind Beugungsgitter ein häufig verwendetes Hilfsmittel. Ein solches Gitter besteht aus einer großen Zahl von äquidistanten Spalten, die maschinell in eine ebene Oberfläche geritzt wurden. Den Abstand der Spalte bezeichnet man als *Gitterkonstante* g . Beugungsgitter haben meist 1000 (oder noch mehr) Spalte pro Millimeter. Wie Sie bei der Eigenrecherche bereits nachgelesen haben⁷, liegen die Interferenz-Hauptmaxima bei den Winkeln α mit

$$g \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda \quad \text{mit } m \in \mathbb{N}_0.$$

Dabei bezeichnet λ die Wellenlänge und m die Ordnung des beobachteten Maximums.

⁵[Tip94], S. 1135 und [Mes04], S. 526 f.

⁶[Tip94], S. 1098 und [Mes04], S. 494 f.

⁷gegebenenfalls sollten Sie dies jetzt nachholen

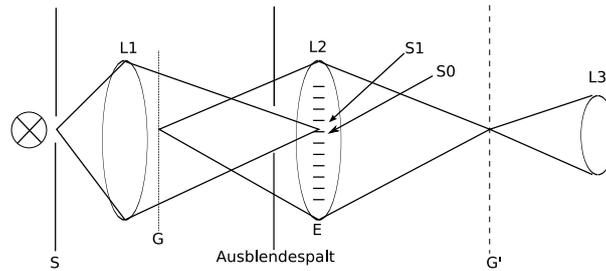


Abbildung 2: Strahlengang zur Beobachtung des Gitters

Sind α und g durch andere Methoden bekannt, so lässt sich daraus die Wellenlänge berechnen.

1.6 Das Auflösungsvermögen des Mikroskops

1.6.1 Eine neue Betrachtungsweise des Mikroskops

Abbildung 2 zeigt einen leicht erweiterten Aufbau eines Mikroskops. Der Einfachheit halber verwenden wir als Objekt ein Gitter G , das durch eine linienförmige Lichtquelle S (beleuchteter Spalt oder Einfadenlampe) beleuchtet wird. Nach den Gesetzen der geometrischen Optik (Strahlenmodell) erzeugt das Objektiv L_2 ein vergrößertes Bild G' des Gitters, das – nebenbei gesagt – zur weiteren Vergrößerung mit einer Lupe L_3 (Okular) betrachtet wird. Dies ist der bekannte Strahlengang aus der geometrischen Optik.

Betrachten Sie das Mikroskop nun aus dem Blickwinkel der Wellentheorie: Die Lichtquelle S wird durch einen Kondensator L_1 auf die Ebene E abgebildet. Durch Beugung am Gitter G entstehen in der Ebene E die Bilder $S_0, S_{\pm 1}, S_{\pm 2}, \dots$ des Spaltes, wie Sie es bereits aus Abschnitt 1.4 kennen. Nach dem Huygensschen Prinzip kann man diese Beugungsbilder wieder als neue Lichtquellen auffassen. Die von ihnen ausgehenden Wellenzüge überlagern sich und interferieren. Wie Sie eventuell bereits vermuten, kann man zeigen, dass diese Interferenzen in der Ebene G' ein mit dem Objekt, d.h. dem Gitter, übereinstimmendes Bild ergeben — das vergrößerte Bild G' aus der optischen Betrachtungsweise.

1.6.2 Abbesche Theorie

Wie Sie wissen, breitet sich Licht geradlinig im Raum aus, so lange – salopp gesprochen – kein Hindernis in der Nähe ist. Wenn Sie einen Schirm aufstellen und feststellen möchten, aus welcher Richtung der Lichtstrahl (Strahlenmodell) kommt, so können Sie das anhand eines einzigen Lichtpunktes nicht vorhersagen. Sie benötigen mindestens einen zweiten Punkt (indem Sie beispielsweise den Schirm verstellen), um die Richtung vermuten zu können.

Erinnern Sie sich an die alternative Betrachtungsweise des Mikroskops mit Hilfe der Wellentheorie: Das Bild des Gitters entsteht dort durch die Überlagerung mehrerer Spalt-

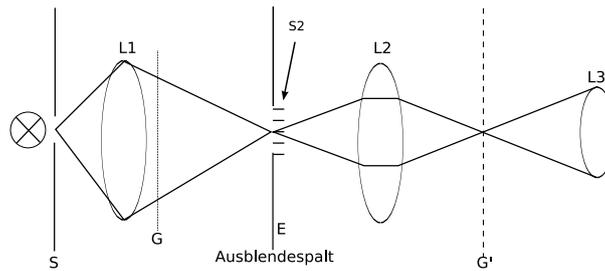


Abbildung 3: Strahlengang zur Beobachtung der Ausblendung von Beugungsordnungen

bilder S_i . Hier ist es genau so: Bild und Objekt stimmen nur dann exakt überein, wenn die Wellen aller Beugungsordnungen in das Mikroskopobjektiv gelangen, d.h. von L_2 erfasst werden (und damit das Bild genau „weiß“, woher die Lichtstrahlen alle kommen). Betrachten Sie den neuen Aufbau in Abbildung 3. Diesmal betrachtet die Linse L_2 direkt die Bilder S_i des Spaltes S . Je enger das Gitter ist, desto weiter liegen die Beugungsbilder S_i auseinander. Es gibt einen kleinsten Abstand a der Gitterstriche, bei dem gerade noch die ersten Maxima ins Mikroskop – d.h. in den von der Linse L_2 erfassten Bereich – gelangen. Erinnern Sie sich an den ersten Absatz: Die Gitterstruktur ist dann gerade noch erkennbar. Damit ist die Auflösungsgrenze des Mikroskops erreicht. Gelangt nur noch die nullte Beugungsordnung in die Linse, so ist das Bild des Gitters nicht mehr auszumachen. Dieser Gedankengang wird nach seinem Erfinder Ernst Abbe als *Abbesche Theorie* bezeichnet.

Der reziproke Wert des kleinsten Abstandes a heißt *Auflösungsvermögen des Mikroskops*. Dies macht Sinn, denn je kleiner die Abstände sind, die noch aufgelöst werden können, desto größer ist das Auflösungsvermögen. Entsprechend der Beugung am Gitter gilt für a :

$a = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \varphi}$	a : kleinster Abstand zweier Objektpunkte P und Q , deren Bilder P' und Q' gerade noch getrennt erscheinen (hier: Gitterkonstante)	2φ : Winkel, unter dem ein Gitterpunkt die Objektivfassung sieht
	λ : Wellenlänge des zur Abbildung benutzten Lichts im Vakuum	φ : Öffnungswinkel
	n : Brechzahl im Raum zwischen Objekt und Objektiv	NA : <i>Numerische Apertur</i> : $n \cdot \sin \varphi$

Bei der Betrachtung selbstleuchtender Gegenstände (ohne Lichtquelle S und Kondensator L_1) gilt dieselbe Beziehung für das Auflösungsvermögen. In diesem Fall wird die Beugung an der Objektivfassung betrachtet. Die Bilder von punktförmigen Lichtquellen in G

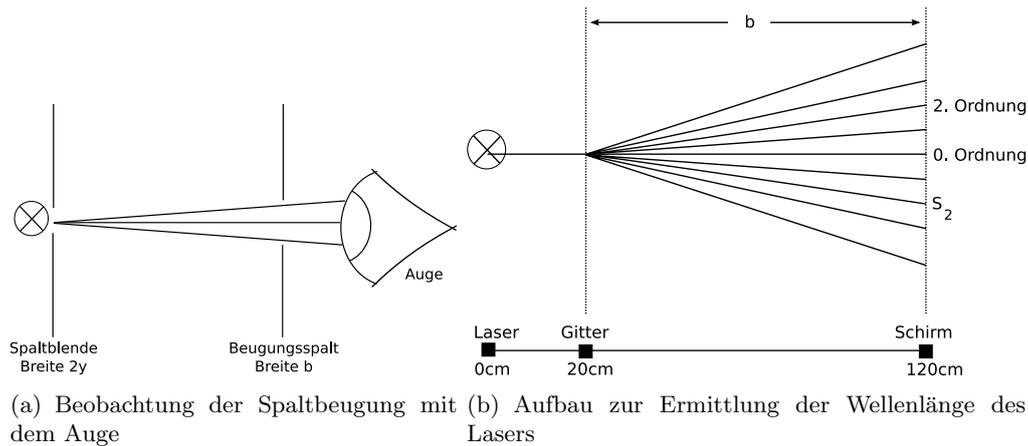


Abbildung 4: Versuchsaufbauten

sind aufgrund der Beugung an der Objektivfassung ausgedehnte Beugungsfiguren in der Ebene G' .

1.6.3 Begründung der Formel für das Auflösungsvermögen

Die erste Beugungsordnung des Gegenstandes (Gitter mit Konstante a) erscheint gegenüber der nullten Ordnung unter einem Winkel α , für den gilt:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{n \cdot a} \quad (\text{Maximum 1. Ordnung bei Beugung am Gitter})$$

Licht dieser ersten Ordnung muss vom Objektiv erfasst werden, wenn noch eine die Struktur auflösende Abbildung erreicht werden soll, d.h es muss $\alpha \leq \varphi$ gelten. Damit folgt für a :

$$a = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha} \geq \frac{\lambda}{n \cdot \sin \varphi}$$

2 Aufgaben

2.1 Qualitative Beobachtung der Beugung an Spalt und Gitter

Dieser Versuch ist als Einführung in Beugungsphänomene zu betrachten: Betrachten Sie durch einen Spalt bzw. ein Gitter eine mit der Einfadenlampe beleuchtete Spaltblende (siehe Abb. 4(a)).

- Wie verändert sich der Abstand der einzelnen Beugungsordnungen, wenn die Spaltbreite b verändert wird?
- Was beobachten Sie mit einem Strich- bzw. Quadratgitter anstelle des Beugungspaltes?

- Welche Bedingungen muss die Breite der Spaltblende $2y$ erfüllen, damit man eine Beugungsfigur beobachten kann?

2.2 Messen von Wellenlängen

2.2.1 Bestimmung der Gitterkonstanten eines Beugungsgitters

Um später Wellenlängen berechnen zu können, müssen Sie auf einem anderen Weg zunächst die Gitterkonstante messen. Bilden Sie dafür mit dem Mikroskopobjektiv nacheinander die Millimereinteilung und das Gitter unter gleichen Bedingungen auf einem Schirm auf der Wand ab. Verwenden Sie hierzu eine Halogenlampe und bringen Sie den bereitliegenden Lochkarton am Objektiv an, um das Streulicht am Schirm zu verringern.



Die Halogenlampe benötigt 4,2 A bei 12 V. Verwenden Sie deshalb ein geeignetes Netzteil! Vergessen Sie nicht, das Okular am Mikroskop zu entfernen!

- Ermitteln Sie aus der Anzahl der Gitterstriche innerhalb einer mit der abgebildeten Millimereinteilung am Schirm markierten Länge die Gitterkonstante g .

2.2.2 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Zunächst werden wir eine einzelne Wellenlänge messen. Bauen Sie dazu entsprechend Abbildung 4(b) mit dem Laser und dem Gitter aus Aufgabe 2.2.1 auf einer optischen Bank einen Beugungsversuch auf.

 — Vorsicht Laserstrahlung!

- Messen Sie für 6 möglichst hohe Beugungsordnungen auf dem Schirm den Abstand $\|S_{+m} - S_{-m}\| =: 2s_m$.
- Schätzen Sie mit Hilfe der Näherung $\frac{m\lambda}{g} = \sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{s_m}{b}$ ab, mit welcher Genauigkeit Sie bei den gegebenen Bedingungen die Wellenlänge des Lasers bestimmen können. Prüfen Sie, ab welchem Winkel α Sie mit der Näherung $\tan \alpha \approx \sin \alpha$ einen größeren Fehler als durch diese Messgenauigkeit machen.
- Bilden Sie den Mittelwert für λ_{Laser} und berechnen Sie den relativen Fehler $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ für λ_{Laser} .

2.2.3 Messung der Wellenlängenverteilung im Spektrum einer Hg-Dampf Lampe

Vorsicht UV-Strahlung! Nicht hineinsehen!

Vorsicht Ozonbildung! Gut lüften!

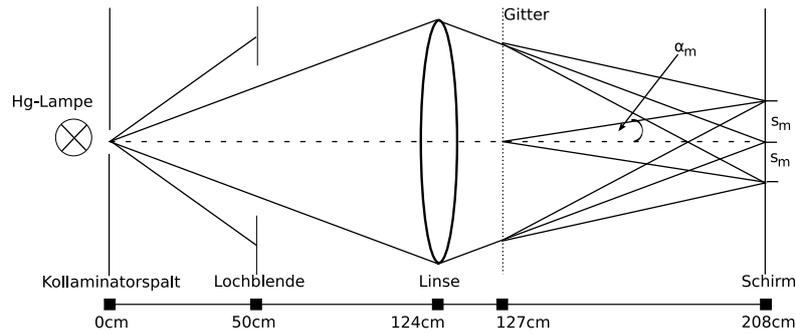


Abbildung 5: Versuchsaufbau zur Ermittlung der Wellenlängen des Lichtes einer Hg -Dampflampe

Jetzt verfügen Sie über das nötige Vorwissen, um nun ein ganzes Spektrum auflösen zu können. Bauen Sie entsprechend Abbildung 5 auf zwei zusammengesetzten optischen Bänken einen einfachen Gitterspektralapparat auf. Bilden Sie dazu einen – mit einer Hg -Lampe beleuchteten – Spalt mit der gegebenen Linse ($f = +500$ mm) auf den Schirm ab. Setzen Sie zwischen Spalt und Linse eine Lochblende ein, um das Streulicht am Schirm zu verringern. Bringen Sie nun direkt hinter der Linse ein Gitter mit $g = 20 \mu\text{m}$ ein.

- Stellen Sie fest, wie sich die Verschiebung des Gitters entlang der optischen Achse im Beugungsbild am Schirm äußert.
- Welche Bedingungen muss der Kollimatorspalt erfüllen, damit man Beugungerscheinungen beobachten kann?
- Messen Sie für 4 Beugungsordnungen die Abstände $2s_m = \|S_{+m} - S_{-m}\|$ des gelben, grünen und blauen Hg -Dampflichtes.
- Bestimmen Sie daraus die entsprechenden Wellenlängen und ermitteln Sie die jeweiligen Mittelwerte $\bar{\lambda}$.
- Bestimmen Sie für eine Wellenlänge aus den Abweichungen der Einzelwerte vom Mittelwert den relativen Fehler $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ und schätzen Sie ab, welcher Fehler aufgrund der Messungenauigkeit der Größen, aus denen λ ermittelt wird, zu erwarten ist.

2.3 Das Auflösungsvermögen eines Mikroskops

Zum Abschluss folgt ein kleiner Test der Abbeschen Theorie: Justieren Sie die gegebene Apparatur nach Abbildungen 2 und 3. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

1. Bilden Sie die Lichtquelle (Einfadenlampe, max. 4 V) auf die Spaltebene E scharf ab. Hierzu ist der Spalt ganz zu öffnen und das Mikroskop solange zu verschieben, bis die Kanten des Spaltes scharf zu sehen sind (Strahlengang wie in Abbildung 3). Verschieben Sie nun die Lichtquelle, bis der Glühfaden scharf zwischen den

- Spaltkanten zu sehen ist. Beachten Sie dabei, dass der Spalt parallel zum Glühfaden steht!
2. Fügen Sie das Gitter ein. Sie beobachten nun auf Grund der Gitterbeugung neben dem ursprünglichen Fadenbild S_0 zusätzliche Beugungsbilder $S_{\pm 1, \pm 2, \dots}$. Merken Sie sich die bisher verwendete Stellung des Mikroskops.
 3. Verschieben Sie nun das Mikroskop so lange, bis Sie das Gitter scharf sehen (Strahlengang wie in Abb. 2). Merken Sie sich auch diese Mikroskopstellung.
- Untersuchen Sie durch Verändern des Ausblendespalt und durch Hin- und Herschieben des Mikroskops zwischen den beiden oben genannten Stellungen, welche Beugungsordnungen zur Bildentstehung beitragen müssen, damit die Gitterstruktur noch erkennbar ist. Verfahren Sie dabei z.B. nach folgendem Schema:

	Beugungsordnungen	Gitter sichtbar (ja/nein)
	0	
3	1 0 1 3	
	1 0 1	
	1 3	
	1	

- Fügen Sie direkt hinter der Lichtquelle den Blaulichtfilter ein. Wählen Sie die Spaltbreite nun so, dass gerade noch zwei Beugungsordnungen am Spaltrand zu sehen sind. Überprüfen Sie, ob die Gitterstruktur zu erkennen ist. Warum ist die Gitterstruktur nicht mehr erkennbar, wenn der Blaulichtfilter durch den Rotlichtfilter ersetzt wird?

Literatur

- [Mes04] Meschede, Dieter: *Gehrtsen Physik*. Springer Verlag, 2004, ISBN 3-540-02622-3.
 [Tip94] Tipler, Paul A.: *Physik*. Spektrum Verlag, 1994, ISBN 3-86025-122-8.

